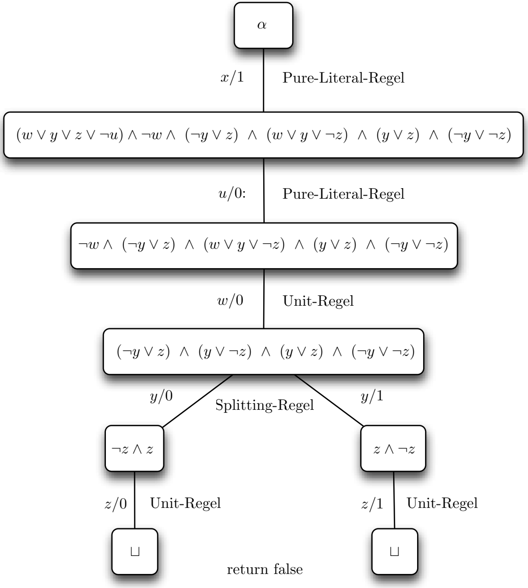
Aufgabe 14.2: DP-Algorithmus α



Aufgabe 14.2: DP-Algorithmus β

β

$x_1/0$ Splitting-Regel

$\neg y_1 \wedge (\neg x_2 \vee y_2) \wedge (x_2 \vee \neg y_2) \wedge (\neg x_3 \vee y_3) \wedge (x_3 \vee \neg y_3)$

$y_1/0$ Pure-Literal-Regel

$(\neg x_2 \vee y_2) \wedge (x_2 \vee \neg y_2) \wedge (\neg x_3 \vee y_3) \wedge (x_3 \vee \neg y_3)$

$x_2/0$ Splitting-Regel

$\neg y_2 \wedge (\neg x_3 \vee y_3) \wedge (x_3 \vee \neg y_3)$

$y_2/0$ Pure-Literal-Regel

$(\neg x_3 \vee y_3) \wedge (x_3 \vee \neg y_3)$

$x_3/0$ Splitting-Regel

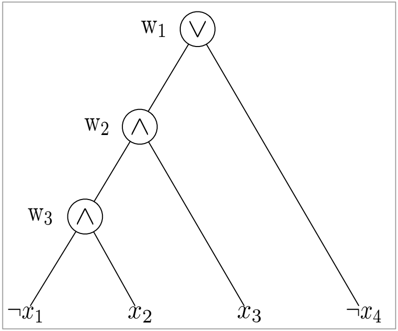
$\neg y_3$

$y_3/0$: Pure-Literal-Regel

return true

Aufgabe 14.4: PNF-Formel, 3KNF-Formel

$$\alpha' = (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee \neg x_4$$

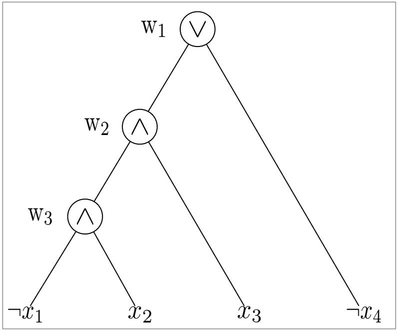


$$\alpha'' = w_1 \wedge \sigma_{w_1} \wedge \sigma_{w_2} \wedge \sigma_{w_3}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{w_1} &= (w_1 \vee \neg w_2) \wedge (w_1 \vee x_4) \wedge (\neg w_1 \vee w_2 \vee \neg x_4) \equiv w_1 \leftrightarrow (w_2 \vee \neg x_4) \\
\sigma_{w_2} &= (w_2 \vee \neg w_3 \vee \neg x_3) \wedge (\neg w_2 \vee w_3) \wedge (\neg w_2 \vee x_3) \equiv w_2 \leftrightarrow (w_3 \wedge x_3) \\
\sigma_{w_3} &= (w_3 \vee x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg w_3 \vee \neg x_1) \wedge (\neg w_3 \vee x_2) \equiv w_3 \leftrightarrow (\neg x_1 \wedge x_2)
\end{aligned}$$

Aufgabe 14.4: PNF-Formel, 3KNF-Formel

$\alpha' = (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee \neg x_4$



$\alpha \not\equiv \alpha''$ da α'' die Atome w_1, w_2 und w_3 enthält und es dafür Belegungen gibt, für die α'' nicht erfüllt ist, aber α erfüllt ist.

Aufgabe 14.5: Resolutionsabschluss

$Res^0(\alpha) = \big\{\{\neg x, y, \neg z\},\ \{y, z\},\ \{\neg x, \neg y\},\ \{x, \neg z\}\big\}$

$Res^1(\alpha) = Res^0(\alpha) \cup \big\{\{\neg x, y\}, \{\neg x, \neg z\}, \{y, \neg z\},$
$\{\neg x, z\}, \{y, x\}, \{\neg y, \neg z\}\big\}$

$Res^2(\alpha) = Res^1(\alpha) \cup \big\{\{y\}, \{\neg x\}, \{\neg y, y\}, \{\neg x, x\}, \{\neg z\}, \{\neg z, z\}\big\}$

und $Res^k(\alpha) = Res^2(\alpha) = Res^*(\alpha)$ für alle $k \geq 3$.

Da $\sqcup \notin Res^*(\alpha)$ gilt, ist α erfüllbar.

Wegen $\{\neg x\}, \{y\}$, $\{\neg z\} \in Res^*(\alpha)$, ist die einzige erfüllende Belegung $\boldsymbol{\mathcal{I}}$ für α: $x^{\mathcal{I}} = 0, y^{\mathcal{I}} = 1, z^{\mathcal{I}} = 0$.

Herleitung für $\lambda' = \{\neg z\} \in Res^*(\alpha)$:

$\langle\{\neg x, y, \neg z\},\ \{\neg x, \neg y\},\ \{\neg x, \neg z\}\rangle$

$\langle\{x, \neg z\},\ \{\neg x, \neg z\},\ \{\neg z\}\rangle$

Aus $\lambda' = \{\neg z\} \subseteq \lambda = \{\neg y, \neg z\}$ folgt $\alpha \Vdash \neg y \vee \neg z$.

Aufgabe 14.6: Resolutionswiderlegung für Pigeonhole-Formel

Die Pigeonhole-Formel für $n = 3$ (3 Tauben und 2 Löcher, $x_{i,j}$: Taube j sitzt im Loch i) :

$$\alpha_3 = (\neg x_{1,1} \vee \neg x_{1,2}) \wedge (\neg x_{1,1} \vee \neg x_{1,3}) \wedge (\neg x_{1,2} \vee \neg x_{1,3}) \wedge \\ (\neg x_{2,1} \vee \neg x_{2,2}) \wedge (\neg x_{2,1} \vee \neg x_{2,3}) \wedge (\neg x_{2,2} \vee \neg x_{2,3}) \wedge \\ (x_{1,1} \vee x_{2,1}) \wedge (x_{1,2} \vee x_{2,2}) \wedge (x_{1,3} \vee x_{2,3})$$

$Res(\alpha_3) = \beta_1 \wedge \beta_2 \wedge \beta_3 \wedge \alpha_3$:

Falls Taube 1 in einem Loch sitzt, dann folgt:
$\beta_1 = \{\{x_{2,1}, \neg x_{1,2}\}, \{x_{2,1}, \neg x_{1,3}\}, \{x_{1,1}, \neg x_{2,2}\}, \{x_{1,1}, \neg x_{2,3}\}\}$

Falls Taube 2 in einem Loch sitzt, dann folgt:
$\beta_2 = \{\{x_{2,2}, \neg x_{1,1}\}, \{x_{2,2}, \neg x_{1,3}\}, \{x_{1,2}, \neg x_{2,1}\}, \{x_{1,2}, \neg x_{2,3}\}\}$

Falls Taube 3 in einem Loch sitzt, dann folgt:
$\beta_3 = \{\{x_{2,3}, \neg x_{1,1}\}, \{x_{2,3}, \neg x_{1,2}\}, \{x_{1,3}, \neg x_{2,1}\}, \{x_{1,3}, \neg x_{2,2}\}\}$

Aufgabe 14.6: Resolutionswiderlegung für Pigeonhole-Formel