

Probeklausur Formale Systeme 31.01.2012

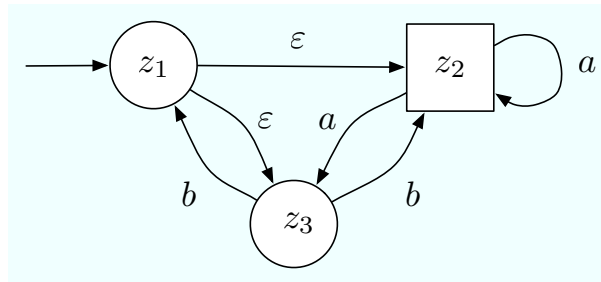
(Bearbeitungszeit: 90 Minuten)

Abkürzungen

DFA	-	deterministischer endlicher Automat
NFA	-	nichtdeterministischer endlicher Automat
NKA	-	nichtdeterministischer Kellerautomat
\wedge	-	Konjunktion
\vee	-	Disjunktion
\neg	-	Negation
\rightarrow	-	syntaktischer Implikationsoperator
\leftrightarrow	-	syntaktischer Äquivalenzoperator
\oplus	-	Paritätsoperator, XOR
\equiv	-	semantische Äquivalenz von Formeln
\Vdash	-	logische Folgerung, Konsequenzrelation
DNF	-	disjunktive Normalform
KNF	-	konjunktive Normalform

Aufgabe K1 [ϵ -NFA \rightarrow DFA]

Gegeben ist folgender ϵ -NFA \mathcal{M}



Skizzieren Sie einen äquivalenten DFA \mathcal{M}' . Geben Sie Ihren Lösungsweg an. Falls dieser von den Methoden der Vorlesung abweicht, ist die Korrektheit zu begründen.

Aufgabe K2 [reguläre Sprache]

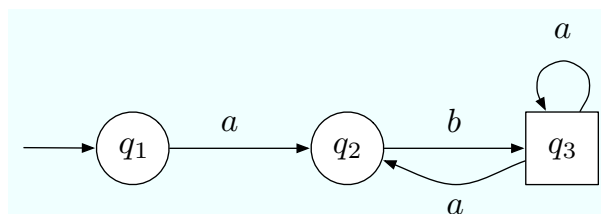
Ist die folgende Sprache regulär?

$$L_{\text{fakultät}} = \{a^{m!} : m \geq 1\}$$

Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe K3 [NFA \rightarrow regulärer Ausdruck]

Gegeben ist der folgende NFA \mathcal{M}



Geben Sie für den NFA \mathcal{M} einen regulären Ausdruck α an, sodaß $\mathcal{L}(\alpha) = \mathcal{L}(\mathcal{M})$. Verwenden Sie dafür die Methode des dynamischen Programmierens.

Aufgabe K4 [Kontextfreie Grammatik]

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik G mit dem Produktionssystem \mathcal{P}

$$S \rightarrow AC \mid AB \quad A \rightarrow DA \mid a \quad B \rightarrow EA \quad C \rightarrow BS \quad D \rightarrow a \quad E \rightarrow b$$

Gehört das Wort $aababa$ zur Sprache $\mathcal{L}(G)$?

Geben Sie im positiven Fall einen Ableitungsbaum für das Wort an, argumentieren Sie im negativen Fall, warum das betreffende Wort nicht in $\mathcal{L}(G)$ liegt.

Aufgabe K5 [Nichtdeterministischer Kellerautomat]

Sei $L = \{w \in \{a, b\}^* : \#(w, a) \text{ ist durch } 3 \text{ teilbar und } w = xx^R \text{ f\"ur ein } x \in \{a, b\}^*\}$.

Dabei bedeutet $\#(w, a)$ die Anzahl an a 's im Wort w .

Gibt es einen NKA \mathcal{K} mit $L = \mathcal{L}_\varepsilon(\mathcal{K})$? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe K6 [Formale Definition]

Geben Sie die formale Definition für die ε -Freiheit kontextfreier Grammatiken an.

Aufgabe K7 [Folgerungsrelation \Vdash , Äquivalenz, Gültigkeit]

Welche der folgenden Aussagen sind korrekt? Begründen Sie Ihre Antwort entweder durch den Nachweis der betreffenden Aussage für beliebige aussagenlogische Formeln α, β, γ oder durch die Angabe eines konkreten Gegenbeispiels.

Seien α, β, γ beliebige aussagenlogische Formeln und x, y , und z Atome.

(a) Gilt $\{\alpha, \beta\} \Vdash \gamma$, so ist $\beta \rightarrow (\neg\gamma \rightarrow \neg\alpha)$ eine Tautologie.

(b) Ist die folgende Aussage korrekt?

$$(\alpha \oplus \beta) \wedge (\beta \oplus \gamma) \equiv (\alpha \leftrightarrow \gamma)$$

(c) Ist die folgende Formel gültig?

$$(x \leftrightarrow y) \rightarrow ((z \oplus \neg x) \rightarrow (y \vee \neg z))$$

Begründen Sie Ihre Antworten durch den Nachweis der betreffenden Aussage oder durch die Angabe eines konkreten Gegenbeispiels.

Aufgabe K8 [Davis-Putnam-Algorithmus]

Gegeben ist folgende KNF-Formel

$$\begin{aligned} \alpha = & (s \vee t) \wedge (\neg t \vee s \vee u) \wedge (\neg s \vee \neg w) \wedge (u \vee \neg s \vee w) \\ & \wedge \neg u \wedge (\neg r \vee w) \wedge (u \vee \neg r) \wedge (\neg s \vee \neg w) \end{aligned}$$

Skizzieren Sie den vom Davis-Putnam-Algorithmus generierten Baum, wenn (neben der Splitting-Regel) die Unit- und die Pure-Literal-Regel (nicht aber die Subsumierungsregel) eingesetzt werden.

Aufgabe K9 [Resolutionsstrategien]

(a) Geben Sie für die folgende Hornformel eine P-Widerlegung an.

$$\alpha = (x \wedge y \wedge w \rightarrow z) \wedge w \wedge v \wedge (v \rightarrow x) \wedge (v \rightarrow y) \wedge \neg z$$

(b) Geben Sie für die folgende unerfüllbare KNF-Formel eine lineare Widerlegung an.

$$\beta = (x \vee y \vee z) \wedge (\neg x \vee y \vee z) \wedge (\neg x \vee \neg y) \wedge (x \vee \neg y \vee z) \wedge \neg z$$